解　　答

2026	科目名	情報基礎（確率・統計）	１／３

問題１

（１）

$$P(-2 \leq X \leq -1) = \frac{1}{16}$$

（２）

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{4}, & -2 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

（３）

$$E(X) = \frac{2}{3}$$

（４）

$$Var(X) = \frac{8}{9}$$

（５）

$$m = -2 + 2\sqrt{2}$$

解　　答

2026	科目名	情報基礎（確率・統計）	２／３

問題２

（１）二項分布

（２）$X \sim Bin(100, p) \Rightarrow E[X] = 100p,\ Var[X] = 100p(1-p)$

（３）$MLE\ \because\ \hat{p} = \frac{24}{100} = 0.24$

（４）Step1 確率モデルの確認

・各スポットは確率pで独立にバクテリアを検出する

・各チップ：100 スポット（100 試行）→$X_i \sim Bin(100, p)$

・全体（n 枚のチップ）で合計$K = \sum_{i=1}^{n} X_i$したがって$K \sim Bin(100n, p) \Rightarrow \hat{p} = \frac{K}{100n}$

Step2 推定値$\hat{\boldsymbol{p}}$の分布を確認

$\hat{\boldsymbol{p}}$の期待値と分散は

$$E[\hat{p}] = np,\ Var[\hat{p}] = np(1-p)$$

Step３ 中心極限定理による正規近似

中心極限定理の特別な場合である、ド・モアブル−ラプラスの定理より、n が十分に大きければ、二項分布に従う確率変数 X は近似的に正規分布に従う.したがって、推定値$\hat{\boldsymbol{p}}$は以下のように近似できる.

$$\hat{p} \approx N(p, \frac{p(1-p)}{100n})$$

解　　答

2026	科目名	情報基礎（確率・統計）	３／３

Step4 誤差が ±0.05 に収まる確率を 95%以上にする

$$P(|\hat{p}-p|<0.05)\geq 0.95 \Rightarrow P\left(|Z|<\frac{0.05}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{100n}}}\right)\geq 0.95$$

正規分布で 95% に対応するのは ±2 標準偏差なので、

$$\frac{0.05}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{100n}}}\geq 2$$

問題文より p=0.5(分散最大)とすると、

$$\frac{0.05}{\sqrt{\frac{0.25}{100n}}}\geq 2 \Rightarrow \frac{0.05}{2}\geq\sqrt{\frac{0.25}{100n}} \Rightarrow \left(\frac{0.05}{2}\right)^2\geq\frac{0.25}{100n}$$

$$\frac{0.0025}{4}\cdot 100n\geq 0.25 \Rightarrow \frac{0.25}{4}n\geq 0.25 \Rightarrow \frac{1}{4}n\geq 1 \Rightarrow n\geq 4$$