解　　答

2026	科目名	知的システム：機械力学	１／２

問題 1

(1)

本モデルの質量 m に作用する力は、ばね（ばね係数 k）による復元力 F_1 のみである。その際、

$F_1 = \underline{-k\,(y - y_0)}$

(2)

(1)より、本モデルの質量 m に関する運動方程式は、

$m(d^2y/dt^2) = F_1 = -k\,(y - y_0) = -k\,y + k\,Y_0 \sin(2\pi x/L)$

$\therefore\quad \underline{m(d^2x/dt^2) + k\,y = k\,Y_0 \sin(2\pi x/L)}$

(3)

$x = Vt$ を(2)で求めた運動方程式に代入して、

$m(dy^2/d^2t) + k\,y = k\,Y_0 \sin(2\pi V/L)t$

一方で、本モデルの質量 m が共振を起こすのは、本振動系の固有角振動数(ω_n)と、路面の凹凸形状により生じる強制外力の角振動数が等しい場合である。

つまり、

$\omega_n = \sqrt{(k/m)} = 2\pi V/L$

$\therefore\quad V = \underline{(L/2\pi)\sqrt{(k/m)}}$

解　答

2026	科目名	知的システム：機械力学	２／２

問題 2

(1)
質点に作用する 復元力(F_k) および 減衰力(F_c) の各々の大きさは、以下のように記す事が出来る。

$F_k = -k(x - y) = \underline{-kz}$

$F_c = -c\{d/dt\,(x - y)\} = \underline{-c\,(dz/dt)}$

（補足説明：　力の向きに関しては、質点が鉛直方向・上向き（x 軸の正の向き）に変位した時、質点に作用する復元力・減衰力の向きは鉛直方向・下向き（x 軸の負の向き））

(2)
設問(1)で求めた復元力・減衰力を用いて、質点に関する運動方程式を立てると
質点の変位は x であることより

$m\,(d^2x/dt^2) = F_c + F_k = -c\,(dz/dt) - kz$

一方で $z = x - y$ より、

$m\,(d^2z/dt^2) = m\,\{d^2(x - y)/dt^2\} = m\,(d^2x/dt^2) - m\,(d^2y/dt^2)$

したがって、
z に関する運動方程式は

$\underline{m\,(d^2z/dt^2) + c\,(dz/dt) + kz} = -m\,(d^2y/dt^2)$

$\underline{= ma\omega^2 \cos \omega t}$

(3)
(2)で求めた運動方程式の一般解を、以下のように仮定する（A, B は定数）

$z = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ---(a)

(2)で求めた運動方程式に式(a)を代入した際の $\cos\omega t$ および $\sin\omega t$ の各項の係数をそれぞれ 0 と置くと、

$(k - m\omega^2)A + c\omega B = ma\omega^2, \quad -c\omega A + (k - m\omega^2)B = 0$

これらを A, B について解き、z の定常振幅 z_0 で表現すると、

$z_0 = (A^2 + B^2)^{1/2} = ma\omega^2 / \{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2\}^{1/2}$

また、z_0/a を ν および ζ を用いて表すと、

$z_0/a = \underline{\nu^2/\{(1-\nu^2)^2 + (2\zeta\nu)^2\}^{1/2}}$

さらに $\nu \ll 1$ の時は、
式(b)は $\underline{z_0 \fallingdotseq a\nu^2}$ と近似できる。