九州工業大学大学院　工学府　博士前期課程

工学専攻　分野３（知能制御工学コース）入学試験問題

2025

応用数学

問題【１】～【５】をすべて解答せよ．なお，解答用紙は必ず５題分提出すること．

【１】変数 x の関数 $f(x)$ に関する以下の問いに答えよ．

（１）次の関数のフーリエ変換を求めよ．

$$f(x) = e^{|x|}$$

（２）$f(x)$ に対し，$f(x+T)= f(x)$ を満足する定数 $T(T\neq 0)$ が存在するとき， $f(x)$ を周期 T を持つ周期関数という．また，整数 $n(n\neq 0)$ に対し，$f(x)= f(x+nT)$ が成り立つ．つぎの関数

$$f(x) = \cos\frac{x}{3} + \cos\frac{x}{4}$$

の基本周期 T を求めよ．

（３）$f(x) = x$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ のフーリエ cosine 級数を求めよ．

【2】　ラプラス変換に関する以下の問いに答えよ．ただし，$X(s)$ を関数 $x(t)$ $(t \geq 0)$ のラプラス変換とする．

(1)　$x(t) = t^2$ のラプラス変換 $X(s)$ を，ラプラス変換の定義式を用いて求めよ．

(2)　a を定数とすると，$X(s+a)$ は $e^{-at}x(t)$ のラプラス変換であることを示せ．

(3)　$X(s)$ が次式となる $x(t)$ を求めよ．

$$X(s) = \frac{4}{s(s+1)^3(s+2)^2}$$

【３】2次形式で表される関数

$$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{9}{4}{x_1}^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_1x_2 + \frac{11}{4}{x_2}^2 + 4{x_3}^2$$

は，ベクトル $\boldsymbol{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$ とおくとき，実対称行列 $A \in \mathrm{R}^{3\times3}$ を用いて

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^T A \boldsymbol{x}$$

と表現できる．

(1) 行列 A を答えよ．

(2) 直交行列 $T \in \mathrm{R}^{3\times3}$ を用いて行列 A を対角化せよ．

(3) $x_3 = 0$ における座標系 $O - x_1x_2$ 平面において，$f(x_1, x_2, 0) = 6$ のグラフを描け．

(4) 制約条件 ${x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2 = 1$ の下で $f(x_1, x_2, x_3)$ の最大値・最小値と，そのときの $\boldsymbol{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$ を求めよ．

【4】　以下の問いに答えよ．ただし，x と y は自然数とする．

(1)　2025 を素因数分解せよ．

(2)　x^2 を 3 で割った余りは必ず 0 か 1 であり，2 にはならないことを示せ．

(3)　$9x + 25y = 2025$ を満たす x と y の組をすべて求めよ．ただし，$x < y$ とする．

(4)　$x^2 + y^2 = 2025$ を満たす x と y の組をすべて求めよ．

【5】以下の問いに答えよ.

(1) 状態空間で表現された線形システムの時間応答$y(t)$を求めよ. なお, $\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T \in \mathbb{R}^2$, $\dot{\boldsymbol{x}}(t) = [dx_1(t)/dt \quad dx_2(t)/dt]^T$である.

(1-1)

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -17 & -8 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = [1 \quad 0] \boldsymbol{x}(t)$$
$$u(t) = 0, \ \boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad t \geq 0$$

(1-2)

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = [1 \quad 0] \boldsymbol{x}(t)$$
$$u(t) = \cos(3t), \ \boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad t \geq 0$$

(1-3)

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = [1 \quad 0] \boldsymbol{x}(t)$$
$$u(t) = e^{-t}, \ \boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad t \geq 0$$

(2) つぎの微分方程式の解を求めよ. なお, $\dot{x}(t) = dx/dt$, $\ddot{x}(t) = d^2x/dt^2$, $\dddot{x}(t) = d^3x/dt^3$である.

$$\dddot{x}(t) + 9\ddot{x}(t) + 24\dot{x}(t) + 16x(t) = 0 \quad (t \geq 0)$$

ただし, 初期条件は $x(0) = 0, \ \dot{x}(0) = 8, \ \ddot{x}(0) = -55$ とする.