

九州工業大学大学院 工学府 博士前期課程

工学専攻 分野3 (知的制御工学コース) 入学試験問題

2025

## 計測制御工学

問題【1】～【5】をすべて解答せよ。なお、解答用紙は必ず5題分提出すること。

【1】下記の(1), (2)は, 計測装置や計測方法に関する記述文である. 文中の罫線に入る最も適切な語句あるいは当てはまる式を選択肢から選び, (問題番号) - (解答)の形式で記せ. なお, 同じ語句を複数回用いる場合, または解答順序を問わない場合がある.

(1) 図1は熱電対を用いた温度計測の図であり, A, B, C, Dは接続点(接点)である. これについて以下の問いに答えよ.

2種の異なる金属線の両端を接続して閉回路をつくり, その2か所の接続点(接点)の温度を変えれば熱電流が流れる. この現象は①と呼ばれる. 熱電対の熱起電力の特性は②, ③, ④の3つの法則があり, 温度計測に利用される.

図1のように, 一方の金属の途中にリード線を導入し, それを電圧計に接続して電圧を測定する. このとき, リード線を導入してよい条件は, 接点⑤と接点⑥の温度が⑦であることである. これは前述の⑧の法則に基づく温度計測である. 接点Bは⑨接点といい, 氷水につけてある理由は⑩に保つ必要があるためである. 接点Aは⑪と呼ばれる.

図1-1に示す熱電対による温度計測では, 測定の前に図1-2の装置を使って恒温槽の温度を変化させながら⑫を測定することによって, ⑬と⑭の関係を予め求めておく.

(2) 金属抵抗ひずみゲージを利用した力の計測について以下の問いに答えよ.

抵抗率 $\rho$ の均一な導体棒の長さを $L$ , 断面積を $A$ , 抵抗値を $R$ とすれば,  $R = \rho L/A$ の関係が成り立つ. この導体棒に荷重を加えてひずみを起こさせ,  $\rho, L, A$ がそれぞれ $\Delta\rho, \Delta L, \Delta A$ と微小量変化し, そのため $R$ が $\Delta R$ だけ変化したとすれば $\Delta R/R =$ ⑮の関係が成り立つ. ここでひずみを $\alpha = \Delta L/L$ とおき, ポアソン比を $\sigma$ とすれば,  $\Delta A/A =$ ⑯が成り立つ. 式⑮から $\Delta R/R$ を $\alpha, \sigma, \Delta\rho/\rho$ を用いて表現すれば⑰となる. ここで金属の場合 $\Delta\rho/\rho$ は他の項と比べて無視できるため, 式⑰は⑱となる. このときひずみ $\alpha$ と抵抗の変化率 $\Delta R/R$ との比は⑲と呼ばれ, ひずみゲージの⑳を示す.

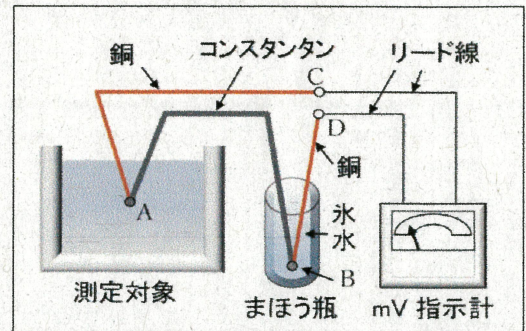


図 1-1

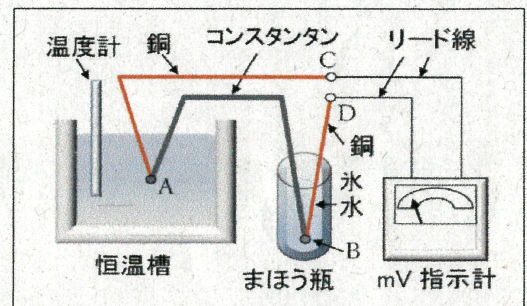


図 1-2

【選択肢】

温度	電圧	熱容量	均質回路	ゼーベック効果	ウィーンの変位法則	A
流速	補償接点	測温接点	バルヌーイ	磁気抵抗効果	ステファン・ボルツマンの法則	B
密度	感度	絶対圧	中間金属	ホール効果	$\Delta\rho/\rho + \Delta L/L - \Delta A/A$	C
区別	尖度	ゲージ圧	一定温度	中間温度	$\Delta\rho/\rho + \Delta L/L + \Delta A/A$	D
同一	基準	ヤング率	ゲージファクタ	可変温度	$\Delta\rho/\rho + (1 + 2\sigma)\alpha$	$-\sigma\alpha$
異なる	$(1 - \sigma)\alpha$	$(1 + 2\sigma)\alpha$	$(1 - 2\sigma)\alpha$	$\Delta\rho/\rho - 2\sigma$	$\Delta\rho/\rho + (1 - 2\sigma)\alpha$	$-2\sigma\alpha$

【2】 入力と出力がそれぞれ  $u(t)$  と  $y(t)$  の制御対象

$$\frac{d}{dt}y(t) - y(t) = u(t)$$

に対する制御系設計に関して、以下の問いに答えよ。ただし、 $\mathcal{L}[\bullet(t)]$  は関数  $\bullet(t)$  のラプラス変換を表す。また、 $y(t)$  の目標値を定数  $r$  とする。

- (1) 制御対象の伝達関数  $G(s) = Y(s)/U(s)$  を求めよ。ただし、 $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$ ,  $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$  である。
- (2) まず、前置補償器  $C(s)$  を用いて図 2-1 の制御系を構成する。ただし、図において  $R(s) = \mathcal{L}[r]$ , また、 $D(s)$  は大きさ  $d$  (定数) のステップ外乱である。さて、図 2-1 はブロック線図の等価変換を用いて図 2-2 の形式に変換できる。等価変換の過程を示すとともに、 $C(s)$  と  $G(s)$  を適宜用いて図 2-2 の  $W(s)$  と  $F(s)$  を表せ。

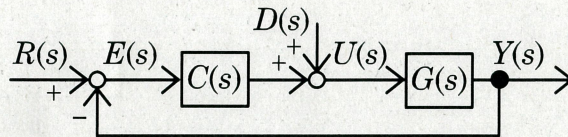


図 2-1

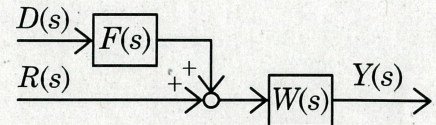


図 2-2

- (3) 図 2-1 の制御系の  $C(s)$  がつぎの (i)~(iii) の場合についてそれぞれ、制御系を安定にする正の定数ゲイン  $K$  が存在すればその条件を示せ。さらに、制御系を安定化した  $C(s)$  の場合について  $y(t)$  の最終値  $y(\infty)$  を求めよ。

$$(i) C(s) = K \quad (ii) C(s) = \frac{K}{s} \quad (iii) C(s) = K \left(1 + \frac{1}{s}\right)$$

- (4) つぎに、制御系の望ましい極を設定できるように図 2-3 の制御系を構成する。ただし、 $h$ ,  $m$  と  $n$  は設計パラメータである。制御系の伝達関数を

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

とする  $K$ ,  $h$ ,  $m$  と  $n$  を求めるとともに、 $y(t)$  の最終値  $y(\infty)$  を求めよ。

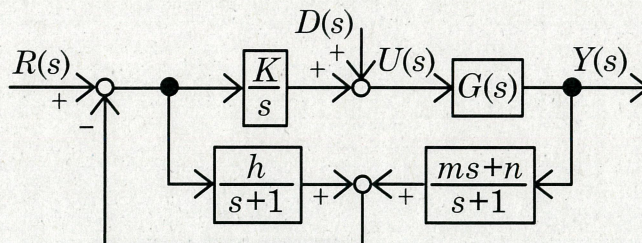


図 2-3

【3】 図 3-1 に示すように、質量  $m_1, m_2, m_3$  のおもりがばね定数  $k_1, k_2, k_3$  のばねによりつながれた多自由度振動系がある。質量  $m_1, m_2, m_3$  のおもりの座標系をつり合いの位置を原点として、右向きに  $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$  とする。 $m_1 = 1[\text{kg}], m_2 = 2[\text{kg}], m_3 = 4[\text{kg}], k_1 = 4[\text{N/m}], k_2 = 4[\text{N/m}], k_3 = 24[\text{N/m}]$  のとき、以下の問いに答えよ。ただし  $j = \sqrt{-1}$  とし、変数  $x$  の 1 階時間微分を  $\dot{x}$ 、2 階時間微分を  $\ddot{x}$  と表わすこととする。

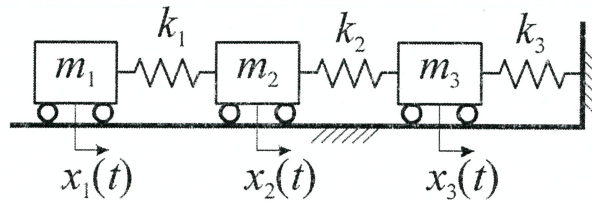


図 3-1 多自由度振動系

(1) 多自由度振動系の運動方程式を、質量行列  $M$ 、剛性行列  $K$  を用いて

$$M \begin{bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots \quad \text{式(3-1)}$$

の形で表わした場合について、 $M$  と  $K$  を求めよ。

(2)  $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$  を

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \dots \quad \text{式(3-2)}$$

のように複素振幅  $X_1, X_2, X_3$  を用いて表わすこととする。これを式(3-1)に代入し、

$$D \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots \quad \text{式(3-3)}$$

の形で表わすとき、行列  $D$  を求めよ

(3) 式(3-3)より固有振動数  $\omega_I, \omega_{II}, \omega_{III}$  を求めよ。ただし  $\omega_I < \omega_{II} < \omega_{III}$  とする。

(4) (3)で求めた各固有振動数に対する固有振動モードの挙動を、図やグラフ等を用いて説明せよ。

【4】 以下の問いに答えよ. なお, 交流電源の角周波数を  $\omega$  [rad/s] ( $\omega > 0$ ) とする. また, 軌跡は  $\omega \rightarrow 0$  と  $\omega \rightarrow \infty$  のときにどうなるか分かるように描くこと.

(1) 図4-1の回路全体のインピーダンス  $Z$  を  $\omega$  を用いて表せ. また, インピーダンス軌跡を描け.

(2) 図4-1の回路全体のアドミタンス  $Y$  とコンダクタンス  $G$  とサセプタンス  $B$  を  $\omega$  を用いて表せ. また, アドミタンス軌跡を描け.

(3) 図4-2について, 交流電源の複素電圧  $V$  に対する回路全体に流れる複素電流  $I$  の位相差  $\theta$  が取り得る範囲を求めよ.

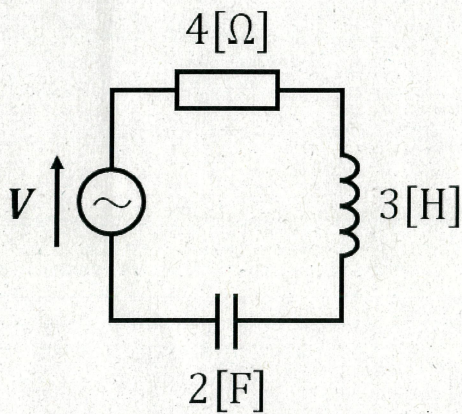


図4-1

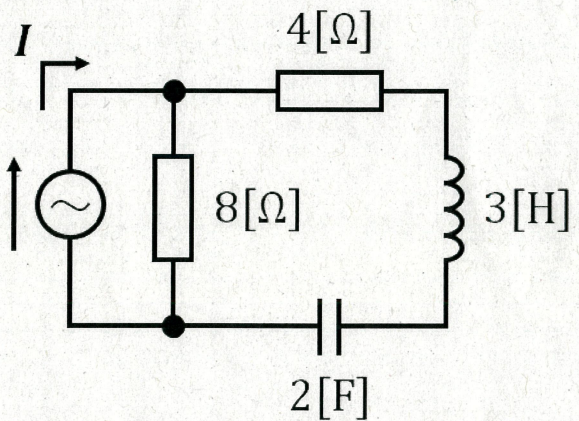


図4-2

【5】 以下の問いに答えよ.

(1) 制御システム

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \quad u(t) = -\alpha[-1 \ 3]\mathbf{x}(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}(t) \in R^2, \quad u(t) \in R$$

が漸近安定となる定数  $\alpha \geq 0$  の範囲を求めよ.

(2) 制御システム

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) - a\mathbf{b}\mathbf{b}^T\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \quad u(t) = -\mathbf{b}^T P\mathbf{x}(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}(t) \in R^2, \quad u(t) \in R$$

において  $P$  はリッカチ方程式

$$A^T P + PA - P\mathbf{b}\mathbf{b}^T P = -Q, \quad Q > 0$$

の実正定行列解である.  $a$  は  $|a| \leq 5$  の関係を満足する未知定数である. 制御システムが漸近安定となる正定行列  $Q$  を1つ求めよ. なお, リアプノフの安定論を用いて解析する場合には正定値関数  $V(t) = \mathbf{x}(t)^T P\mathbf{x}(t)$  を用いよ.

(3) システム

$$\dot{x}(t) = cx(t) + u(t) + d, \quad x(t), u(t) \in R$$

において  $c, d$  は  $|c| \leq 2, |d| \leq 3$  の関係を満足する未知定数である.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$  となる入力  $u(t)$  を設計せよ. なお, リッカチ方程式の実正定行列解  $P$  を用いる場合, 解  $P$  の各要素を求める必要はないが, 解を求めることが可能なリッカチ方程式を明示すること.