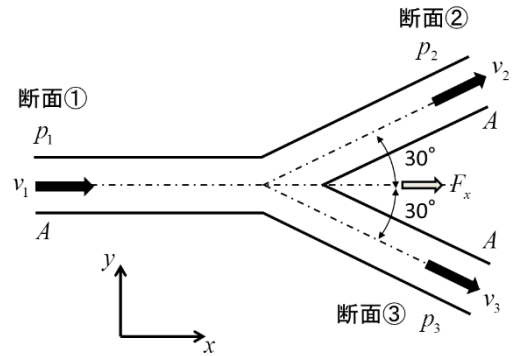


問題1

図のような分岐管を考える. 断面1からは流速  $v_1$  [m/s], 圧力  $p_1$  [Pa] で水が流入し, 断面2, 3からは流速  $v_2, v_3$  [m/s], 圧力  $p_2, p_3$  [Pa] で水が流出するとする. このとき, 以下の問に答えよ. ただし流路の断面は同一の断面積  $A$  [m<sup>2</sup>]とし, 水平に配置されており, 流路内の損失はないものとする. また, 水の密度は一定とし  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]とせよ.



- (1) 流速  $v_1, v_2, v_3$  の間の関係を示せ.
- (2) 断面①と断面②, 断面①と断面③についてそれぞれベルヌーイの式を示せ.
- (3) 断面②, ③における圧力  $p_2, p_3$  を断面①の流速  $v_1$ , 圧力  $p_1$ , 密度  $\rho$ , 及び断面②の流速  $v_2$  で示せ.
- (4) 運動量の式を用いることにより, 水流によって分岐管が受ける流体力  $F_x$  [N] を断面①の流速  $v_1$ , 圧力  $p_1$ , 断面②の流速  $v_2$ , 密度  $\rho$ , 断面積  $A$  で示せ. なお, 流体力  $F_x$  は図のように  $x$  方向を正とする.
- (5) 流速  $v_2$  を変数とし, 流速  $v_1$ , 圧力  $p_1$ , 密度  $\rho$ , 断面積  $A$  が一定とるとき, 流体力  $F_x$  の最大値とそのときの流速  $v_2$  を求めよ.

問題2

運動量理論に基づいて紙面垂直方向に単位幅を有する2次元の平板境界層を考える.

下図のように平板の前縁を原点とする  $x$ - $y$  座標系と検査領域 ABCD (長さ  $x$  [m], 高さ  $h$  [m]) とを設定する. 検査面 AB での流速を  $u = u_\infty$  [m/s], 検査面 CD での流速を  $u = u_\infty y/h$  [m/s] と与えるとき, 以下の問いに答えよ. ただし流体の密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] は一定であり (非圧縮性), 圧力はいたるところで一定とする. なお, 流れの  $y$  方向成分は無視できるほど小さいとする.

- (1). 検査面 AB, CD, DA を単位時間あたりに通過する質量  $\dot{m}_{AB}$  [kg/s],  $\dot{m}_{CD}$  [kg/s],  $\dot{m}_{DA}$  [kg/s] が
 
$$\dot{m}_{AB} = \rho u_\infty h \quad \dot{m}_{CD} = \rho u_\infty h/2 \quad \dot{m}_{DA} = \rho u_\infty h/2$$
 となることを示せ.
- (2). 検査面 AB, CD, DA を単位時間あたりに通過する運動量  $\dot{p}_{AB}$  [kg•m/s<sup>2</sup>],  $\dot{p}_{CD}$  [kg•m/s<sup>2</sup>],  $\dot{p}_{DA}$  [kg•m/s<sup>2</sup>] が
 
$$\dot{p}_{AB} = \rho u_\infty^2 h \quad \dot{p}_{CD} = \rho u_\infty^2 h/3 \quad \dot{p}_{DA} = \rho u_\infty^2 h/2$$
 となることを示せ. ただし検査面 DA からの流出速度は  $u_\infty$  とする.
- (3). 検査領域 ABCD に対して運動量保存則を適用し, 平板に作用する摩擦力  $F$  [N] が  $x$  軸方向を正として
 
$$F = \rho u_\infty^2 h/6$$
 となることを示せ. ただし, 流体に作用する摩擦力は平板に作用する摩擦力と作用反作用の関係にある点に注意すること.
- (4). 運動量排除厚さ  $\delta$  [m] を
 
$$\rho u_\infty^2 \delta = F$$
 と定義するとき,  $\delta$  と  $h$  との比  $\delta/h$  を求めよ.
- (5). ニュートンの粘性則によると, 流れのせん断応力  $\tau$  [Pa] は粘性係数  $\mu$  [Pa•s] と  $y$  方向の速度勾配  $du/dy$  との積で表される. このとき, 壁面でのせん断応力  $\tau_w$  [Pa] を求めよ.
- (6). (4) と (5) との結果を次式で示す運動量積分方程式

$$\rho u_{\infty}^2 \frac{d\delta}{dx} = \tau_w$$

へ代入し、 $h$ と前縁からの距離 $x$ との比 $h/x$ がレイノルズ数 $R_e (\equiv \rho u_{\infty} x / \mu)$ の関数として

$$h/x = \sqrt{12/R_e}$$

と表されることを示せ。ただし $x=0$ にて $h=0$ とする。

