ページ（1/4）	受験番号	氏名

【1】 図 1.1 のように半径 a と半径 b $(a < b)$の 2 つの球殻からなる同心球電極系があり、その電極間は誘電率ε_1とε_2の異なる誘電体 1 と誘電体 2 で充填されている。電極間は電圧がつねに印加されており、内部電極の電位が外部電極の電位より高いとする。このとき次の問いに答えよ。ただし、$\varepsilon_1 > \varepsilon_2$であり、円周率$\pi$と真空の誘電率$\varepsilon_0$は解答に使用して良い。

(1) 誘電体 1 と 2 の境界面における電界 $\boldsymbol{E}_1$ と $\boldsymbol{E}_2$ および電束密度 $\boldsymbol{D}_1$ と $\boldsymbol{D}_2$ の関係を、境界条件に基づき答えよ。

(2) 誘電体 1 及び 2 に接した内部電極の電荷をそれぞれq_1, q_2とするとき、それらの電荷の比$q_1 : q_2$を求めよ。

(3) 中心からの距離$r(a < r < b)$に対する電界の大きさ$E(r)$を、q_1およびq_2を用いず、電圧V_0を用いて求めよ。

(4) 同心球電極間の静電容量を求めよ。

(5) 誘電体 1 と 2 の境界面に働く力の向きを仮想変位の原理に基づき求めよ。但し、誘電体 2 を誘電体 1 の方へΔx だけ動かした場合を例に取り答えよ。

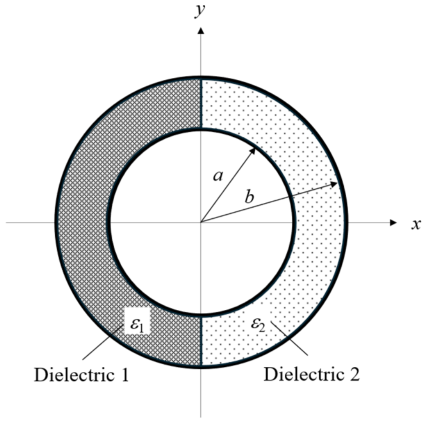

図 1.1

(1) $E_1 = E_2 \quad D_1 = (\varepsilon_1/\varepsilon_2)D_2 > D_2$

(2) $q_1 : q_2 = \varepsilon_1 : \varepsilon_2$

(3)
$$E = \frac{abV_0}{b-a}\frac{1}{r^2}$$

(4)
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)ab}{b - a}$$

(5) $-\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)E_2\Delta x}{2} < 0$

Δx の方向である誘電体 1 から 2 に向かう向きに力は作用する。

ページ（2/4）	受験番号	氏名

【2】　透磁率が真空と同じμ_0で誘電率ε_1の均一な誘電体中を、z 軸方向に進行する平面電磁波を考える。電磁界は角周波数ωで振動し、電界が$\boldsymbol{E}(z,t)=(E_0\cos(\omega t-kz),0,0)$で与えられるとき、以下の問いに答えよ。円周率πと真空の誘電率ε_0は解答に使用して良い。また、波数kは$\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_1}$で与えられる。

(1) 平面電磁波の磁界 $\boldsymbol{H}$(z, t)の各方向成分を求めよ。
(2) 平面電磁波における位相速度と固有(特性)インピーダンスをそれぞれ 1 文で説明せよ。
(3) この誘電体中を伝搬する平面電磁波の位相速度と固有インピーダンスは、真空中を伝わる平面電磁波の位相速度と固有インピーダンスに対して、それぞれ何倍となるか答えよ。
(4) この平面電磁波のポインティングベクトルの 1 周期の平均値が$\frac{1}{2Z_0}E_0^2$になることを説明せよ。ただし、Z_0はこの平面電磁波の固有インピーダンスである。

(1) $\boldsymbol{H}(z,t)=\left(0,\ \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_0}}E_0\cos(\omega t-kz),\ 0\right)$
(2) 位相速度：正弦波の同じ位相面が進む速度。
固有インピーダンス：進行する（後退する）電磁波の電界と磁界の比。
(3) 位相速度： $\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}}$倍
固有インピーダンス： $\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}}$倍
(4) ポインティングベクトル：z 方向の単位ベクトルを$\hat{\boldsymbol{z}}$として、

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}=E_0\cos(\omega t-kz)\times\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_0}}E_0\cos(\omega t-kz)\,\hat{\boldsymbol{z}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_0}}E_0^2\cos^2(\omega t-kz)\,\hat{\boldsymbol{z}}$$

平均値：

$$<\boldsymbol{S}>=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega}|\boldsymbol{S}|dt=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_0}}E_0^2=\frac{1}{2Z_0}E_0^2$$

ページ（3/4）	受験番号	氏名

【3】　図 3.1 のように真空中に半径 a の無限長の円柱導体があり、その内部には中心から l_2 に半径 b の穴があるが($b+l_2<a$)、電流が一様の密度 $\boldsymbol{i}$ (A/m^2)で z 軸の正の方向に流れている。また、その表面には密度 $\boldsymbol{i}_S$ (A/m)の電流が同様の方向に流れている。このとき以下の問いに答えよ。円周率π と真空の誘電率ε_0、透磁率μ_0は解答に使用して良い。

(1) 導体の外側にある x 軸上の点 P ($x=l_1$)の各方向の磁界の大きさ H_x, H_y, H_z を求めよ。

(2) 点 P の位置の微小幅 dx で長さ c の領域での磁気エネルギー密度を求めよ。但し、dx 内の磁界の大きさは一定としてよい。

(3) (2)の領域に両端を開放した巻数 m のコイルを配置したとき、コイルに発生する電圧 U の大きさを求めよ。ただし、$\boldsymbol{i}$ と $\boldsymbol{i}_S$ は時間変化する変数として用いよ。

(4) 電流 I_P が流れている無限に長い直線導体を、点 P を通る位置に z 軸に平行に配置したとき、直線導体が円柱導体の方向に引き寄せられる条件を答えよ。また、このとき直線導体に働く単位長さあたりの力の大きさを答えよ。

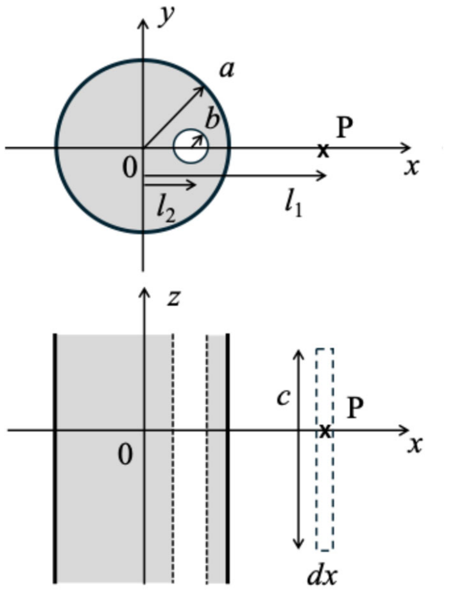

図 3.1

(1) $H_x=0,\ H_y=\frac{1}{2}\left(\frac{a^2 i+2ai_s}{l_1}-\frac{b^2 i}{(l_1-l_2)}\right),\ H_z=0$

(2) $(\mu_0 H_y{}^2\, c\, dr)/2$

(3) $-\frac{m\,\mu_0\, c\, dr}{2}\left\{\left(\frac{a^2}{l_1}-\frac{b^2}{l_1-l_2}\right)\frac{di}{dt}+\frac{2a}{l_1}\frac{di_s}{dt}\right\}$

(4) $I_p>0$ (円柱導体の電流の向きと同じ), $I_p\,\mu_0\frac{1}{2}\left(\frac{a^2 i+2ai_s}{l_1}-\frac{b^2 i}{(l_1-l_2)}\right)$

ページ（4/4）	受験番号	氏名

【4】　微分系のマクスウェル方程式に関する以下の問いに答えよ。

(1) マクスウェル方程式で使用される電荷密度、伝導電流密度、電束密度の記号と単位を答え、マクスウェル方程式から電荷保存則（連続の式）を導け。但し、導出過程を順を追って示すこと。さらに導出した式に基づき、図 4.1 の回路で SW を閉じた後の閉曲面 S における現象を説明せよ。

(2) マクスウェル方程式から電界を求めるためのポアソン方程式を求めよ。誘電率はε_0でよい。さらに、この電界が保存場である条件をマクスウェル方程式を用いて求めよ。

(3) 誘電率ε、導電率σの半径 a の円筒状の物体に振動電界 $E = E_0\,\mathrm{e}^{\,j\omega t}$ を軸方向に印加すると電流が流れた。どのような電流が流れたかを説明し、その大きさを答えよ。さらに、この電流に対して物体が導体と見なし得る周波数を求めよ。

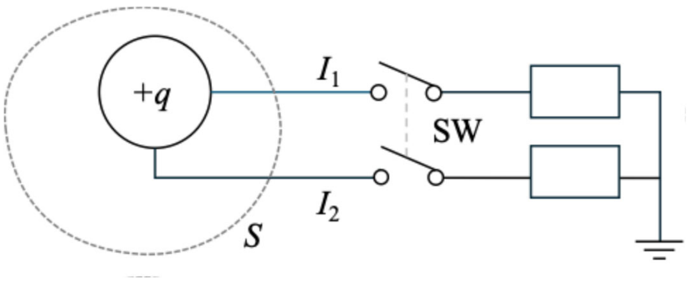

図 4.1

(1) 電荷密度ρ (C/m³), 伝導電流密度 $\boldsymbol{i}$ (A/m²), 電束密度 $\boldsymbol{D}$ (C/m²)
$\mathrm{div}\,\boldsymbol{i} = -\partial\rho/\partial t$, 閉曲面 S から流出する電流 I_1 と I_2 の和の積分量は S 内の電荷 q からの減少量に等しい

(2) $\nabla^2 V = -\rho/\varepsilon_0$,　$\partial \boldsymbol{B}/\partial t = 0$

(3) 伝導電流 $\pi a^2 \sigma E_0\, e^{j\omega t}$ と変位電流 $j\omega \pi a^2 \varepsilon E_0\, e^{j\omega t}$, $f \ll \sigma / 2\pi\varepsilon$