2026年度大学院工学府博士前期課程入学試験(第1回募集)

問１−１

$q = \underline{0}$

問１−２

$w = -p_{ex}\,\Delta V = (-1.50\ \mathrm{atm})*(101325\ \mathrm{Pa\ atm^{-1}})*(100.0\ \mathrm{cm^2})*(15.0\ \mathrm{cm})*(10^{-6}\ \mathrm{m^3\ cm^{-3}}) = -227.9813\ \mathrm{J} = \underline{-228.0\ \mathrm{J}}$

問１−３

$\Delta U = q + w = 0\ \underline{-228.0}\ \mathrm{J} = \underline{-228.0\ \mathrm{J}}$

問１−４

$w = n\,C_{\mathrm{V,m}}\,\Delta T$

$\Delta T = w/nC_{\mathrm{V,m}} = (-228.0\ \mathrm{J})/(3.00\ \mathrm{mol})*(28.8\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}})) = -2.6388\ \mathrm{K} = \underline{-2.64\ \mathrm{K}}$

問１−５

$\Delta S = n\,C_{\mathrm{V,m}}\ln(T_\mathrm{f}/T_\mathrm{i}) + n\,R\ln(V_\mathrm{f}/V_\mathrm{i})$

$T_\mathrm{f} = 293.00\ \mathrm{K} - 2.64\ \mathrm{K} = 290.36\ \mathrm{K}$

$V_\mathrm{i} = nRT/p_\mathrm{i} = ((3.00\ \mathrm{mol})*(0.082\ \mathrm{L\ atm\ K^{-1}\ mol^{-1}})*(293.00\ \mathrm{K}))/(9.00\ \mathrm{atm}) = 8.008667\ \mathrm{L} = 8.01\ \mathrm{L}$

$V_\mathrm{f} = 8.01\ \mathrm{L} + (100.0\ \mathrm{cm^2})*(15.0\ \mathrm{cm})*(1\ \mathrm{L}/1000\ \mathrm{cm^3}) = 8.01\ \mathrm{L} + 1.50\ \mathrm{L} = 9.51\ \mathrm{L}$

$\Delta S = (3.00\ \mathrm{mol})*((28.8\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}})*\ln(290.36\ \mathrm{K}/293.00\ \mathrm{K}) + (8.314\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}})*\ln(9.51\ \mathrm{L}/8.01\ \mathrm{L}))$

$= 3.00\ \mathrm{mol}*(-0.26\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}} + 1.43\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}}) = \underline{3.51\ \mathrm{J\ K^{-1}}}$

2026年度大学院工学府博士前期課程入学試験(第1回募集)

問２－１

$\Delta_{\mathrm{rxn}}G^0 = -RT\ln K$ である。(1)式に代入して変形し、

$$\frac{\partial lnK}{\partial T} = \frac{\Delta_{rxn}H^0}{R\,T^2}$$

問２－２

$$ln\frac{K_2}{K_1} = \frac{\Delta_{rxn}H^0}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

問２－３

問２－２の解答に与えられた条件を導入して $\Delta_{\mathrm{rxn}}H^{\circ}$ を計算する。

$2.88\ \mathrm{kJ\ mol^{-1}}$

2026 年度大学院工学府博士前期課程入学試験(第 1 回募集)

問３―１

$\psi = Ne^{-\frac{r}{a}}$ とすると、

$d\tau = r^2 \sin\theta\, dr d\theta d\phi$ より、

$$\oint |\psi|^2 d\tau = \oint N^2 e^{-\frac{2r}{a}} r^2 sin\theta dr d\theta d\phi = N^2 \int_0^{\infty} r^2 e^{-\frac{2r}{a}} dr \int_0^{\pi} sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi$$

$\int x^2 e^{bx} dx = e^{bx}\left(\frac{x^2}{b} - \frac{2x}{b^2} + \frac{2}{b^3}\right) + C$ を利用して、 $= N^2 \left[e^{-\frac{2r}{a}}\left(-\frac{a}{2}r^2 - \frac{a^2}{2}r - \frac{a^3}{4}\right)\right]_0^{\infty} \times [cos\theta]_0^{\pi} \times 2\pi = N^2\left(\frac{a^3}{4}\right) \times 2 \times 2\pi = N^2 \pi a^3 = 1$

よって $N = (\pi a^3)^{-\frac{1}{2}}$, 従って、規格化された波動関数は、$\psi = (\pi a^3)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{r}{a}}$ となる。

問３－２

$$\frac{dP(r)}{dr} = \frac{1}{8a^5}\left\{(4r^3 - 12ar^2 + 8a^2 r)e^{-\frac{r}{a}} + (r^4 - 4ar^3 + 4a^2 r^2)\left(\frac{-1}{a}\right)e^{-\frac{r}{a}}\right\}$$

$$= \frac{1}{8a^6} e^{-\frac{r}{a}}(4ar^3 - 12a^2 r^2 + 8a^3 r - r^4 + 4ar^3 - 4a^2 r^2) = \frac{1}{8a^6} e^{-\frac{r}{a}}(-r^4 + 8ar^3 - 16a^2 r^2 + 8a^3 r) = \frac{1}{8a^6} e^{-\frac{r}{a}} r(r - 2a)(-r^2 - 6ar - 4a^2) = 0$$

$\frac{dP(r)}{dr} = 0$ で極大値をとるのは、$r = \left(3 \pm \sqrt{5}\right)a$

問３－３

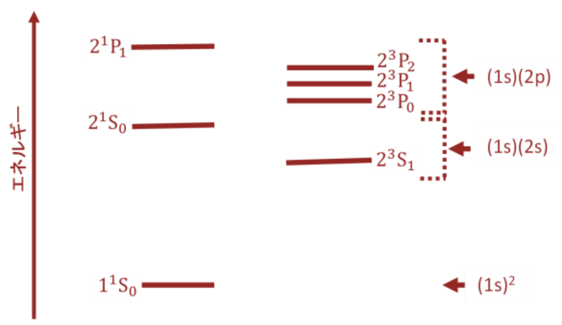
永年行列式 $\begin{vmatrix} \alpha_{11} - E & \beta_{12} - ES_{12} \\ \beta_{21} - ES_{21} & \alpha_{22} - E \end{vmatrix} = 0$

エネルギー固有値 $\varepsilon_1 = \frac{\alpha + \beta}{1 + S}$ $\varepsilon_2 = \frac{\alpha - \beta}{1 - S}$

固有関数は$\phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2(1+S)}}(\psi_1 + \psi_2)$, $\phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2(1-S)}}(\psi_1 - \psi_2)$

問３－４

（１）



（２）

$2^1S_0 \longrightarrow 1^1S_0$ 禁制

$2^3S_1 \longrightarrow 1^1S_0$ 禁制

$2^1P_1 \longrightarrow \boxed{1^1S_0}$ 許容

2^3P_2, 2^3P_1, $2^3P_0 \longrightarrow 2^3S_1$ 許容

問4−1

厚みΔrのシェルを考える。シェル表面積は$4\pi r^2$であるシェルへの流入は$(4\pi r^2 N_A)\big|_r$、シェルからの流出は$(4\pi r^2 N_A)\big|_{r+\Delta r}$と表せるので

定常状態なら$(4\pi r^2 N_A)\big|_r - (4\pi r^2 N_A)\big|_{r+\Delta r} = 0$

Δrで除し$\Delta r \to 0$の極限を取れば$\dfrac{d(r^2 N_A)}{dr} = 0$

問4−2

$2N_A = -N_B$を式(1)に代入すれば$N_A = -cD\dfrac{dx_A}{dr} + x_A(N_A - 2N_A)$

整理すれば$N_A = -cD\dfrac{d\ln(1+x_A)}{dr}$

c, Dは定数なので問4−1より解くべき式は$\dfrac{d}{dr}\left(r^2\dfrac{d\ln(1+x_A)}{dr}\right) = 0$

積分すると$\ln(1+x_A) = \dfrac{C_1}{r} + C_2$

２つの境界条件（$r = \infty$で$x_A = x_{A\infty}$、$r = R$で$x_A = x_{A1}$）より

$C_2 = \ln(1+x_{A\infty}), C_1 = R\ln(\dfrac{1+x_{A1}}{1+x_{A\infty}})$

$\therefore \ln(1+x_A) = \dfrac{R}{r}\ln(\dfrac{1+x_{A1}}{1+x_{A\infty}}) + \ln(1+x_{A\infty})$

問4−3

$N_A = -cD\dfrac{d}{dr}\ln(1+x_A) = -cD\left(-\dfrac{R}{r^2}\right)\ln(\dfrac{1+x_{A1}}{1+x_{A\infty}})$

$\therefore N_A\big|_{r=R} = \dfrac{cD}{R}\ln(\dfrac{1+x_{A1}}{1+x_{A\infty}})$

問4−4

$r = kc(1-x_{A1}) = N_A\big|_{r=R}$　より$x_{A1} = 1 - \dfrac{N_A\big|_{r=R}}{kc}$

問4−3の解に代入すれば

$N_A\big|_{r=R} = \dfrac{cD}{R}\left\{\ln(1 - \dfrac{N_A\big|_{r=R}}{2kc}) + \ln(\dfrac{2}{1+x_{A\infty}})\right\}$

$\ln(1 - \dfrac{N_A\big|_{r=R}}{2kc}) \approx -\dfrac{N_A\big|_{r=R}}{2kc}$を用いれば

$N_A\big|_{r=R} = \dfrac{cD}{R}\left\{-\dfrac{N_A\big|_{r=R}}{2kc} + \ln(\dfrac{2}{1+x_{A\infty}})\right\}$

整理すると$N_A\big|_{r=R} = \dfrac{cD/R}{1+\dfrac{D/R}{2k}}\ln(\dfrac{2}{1+x_{A\infty}})$

問4−5

拡散律速（$k \to \infty$）なら$N_A\big|_{r=R} \cong \dfrac{cD}{R}\ln(\dfrac{2}{1+x_{A\infty}})$

反応律速（$k \to 0$）なら

$N_A\big|_{r=R} \cong 2ck\ln(\dfrac{2}{1+x_{A\infty}})$

従ってkが小さな領域ではモル流束はkに比例し、
kが大きな領域ではモル流束はkに依らない一定値と
なるグラフを描けばよい

2026 年度大学院工学府博士前期課程入学試験(第 1 回募集)

問 5-1 省略

問 5-2
$$U = \frac{V}{A} = \frac{\frac{12}{3600}}{\frac{\pi(0.051)^2}{4}} = \frac{0.00333\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}{0.002043\ \mathrm{m}^2} = 1.631 = 1.63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$U = \frac{V}{A} = \frac{\frac{12}{3600}}{\frac{3.14(0.051)^2}{4}} = \frac{0.00333\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}{0.002041\ \mathrm{m}^2} = 1.632 = 1.63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

問 5-3
$$Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{1050\times1.631\times0.051}{2.0\times10^{-3}} = 43670 \cong 43700$$

$$Re = \frac{1050\times1.632\times0.051}{2.0\times10^{-3}} = 43696 \cong 43700,\ Re = \frac{1050\times1.63\times0.051}{2.0\times10^{-3}} = 43643 \cong 43600$$

$Re > 4000$より 乱流

問 5-4

配管長さ$L = 3+3+3+2+2 = 13\ \mathrm{m}$

エルボ 4 個の相当長さ$L_\mathrm{e} = 32\times0.051\times4 = 6.528$

$$F = F_s + F_a = 4f\frac{U^2}{2}\frac{L+L_e}{D} = 4\times0.079\times(43670)^{-\frac{1}{4}}\times\frac{(1.631)^2}{2}\frac{13+6.528}{0.051} = 11.13 \cong 11.1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

$$\left(F_s = 4f\frac{U^2}{2}\frac{L}{D} = 4\times0.079\times(43670)^{-\frac{1}{4}}\times\frac{(1.631)^2}{2}\frac{13}{0.051} = 7.411\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right)$$

$$\left(F_a = 4f\frac{U^2}{2}\frac{L_e}{D} = 4\times0.079\times(43670)^{-\frac{1}{4}}\times\frac{(1.631)^2}{2}\frac{6.528}{0.051} = 3.721\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right)$$

$$F = 4\times0.079\times(43600)^{-\frac{1}{4}}\times\frac{(1.63)^2}{2}\frac{13+6.528}{0.051} = 11.12 \cong 11.1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

問 5-5

ベルヌーイの式

$$\frac{\alpha U_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + W = \frac{\alpha U_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + F$$

乱流であることから$\alpha = 1$

高低差から$z_2 - z_1 = 4\ \mathrm{m}$

$$W = \frac{U^2}{2} + g(z_2 - z_1) + F = \frac{(1.631)^2}{2} + 9.81\times4 + 11.13 = 51.70 \cong 51.7\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

$$W = \frac{(1.63)^2}{2} + 9.81\times4 + 11.12 = 51.68 \cong 51.7\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

問 5-6

質量流量 $\omega = \rho V = 1050\times0.003333 = 3.499\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$

ポンプに投入する全仕事量W_0とポンプ所用動力Pの関係は$P = \omega W_0$であることから、

$$\mathrm{W}_0 = \frac{P}{\omega} = \frac{258}{3.499} = 73.73\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

$$\eta = \frac{W}{W_0}\times100 = \frac{51.70}{73.73}\times100 = 0.7012\times100 \cong 70.1\%$$

$$\eta = \frac{W}{W_0}\times100 = \frac{51.68}{73.73}\times100 = 0.7009\times100 \cong 70.0\%$$