令 和 8 年 度 （ 第 2 回 一 般 型 ）　大 学 院 入 学 試 験

数学

受験番号（　　）氏名（　　）

1．曲線Cで囲まれる領域Dがある．以下の問いに答えよ．

(1) 領域Dの面積Sが以下の式であることをグリーンの定理を用いて示せ．

$$S = \frac{1}{2}\int_c (x\,dy - y\,dx)$$

(2) $t(0 \le t \le 2\pi)$において，$x = a\cos t$，$y = a\sin t\ (a > 0)$を曲線Cとした時，Cで囲まれる領域Dの面積を求めよ．

【解答】

(1)$S = \iint_D dx\,dy$

(2) $S = \pi a^2$

２．次の微分方程式の特殊解を求めよ．

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y, (x_0, y_0) = (1,1)$$

【解答】

$$y = 6e^{x-1} - x^2 - 2x - 2$$

3．次の行列$\boldsymbol{A}$の固有値と固有ベクトルを求めよ．ただし，a，b，cは実数である．

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - a^2 & 2a & 0 \\ -ab & b & a \end{pmatrix}$$

【解答】

・固有値

$\lambda = a, a - c, a + c$

・固有ベクトル

a+cに対応　$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a+c \\ b \end{pmatrix}$

a-cに対応.　$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a-c \\ b \end{pmatrix}$

aに対応.　$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$ B：任意の定数