【軌道力学模範解答】

1

天体の重力定数をμ，近心点距離をr_p，求める速さをvとする

$$\frac{\mu}{r_p} = \frac{1}{2}(6-4) = 1, \qquad v = \sqrt{2^2 + 2\frac{\mu}{2r_p}} = \sqrt{4 + 2 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{5}\ [{}^{\mathrm{km}}/_{\mathrm{s}}]$$

2

天体の重力定数をμ，物体の角運動量をhとする

$$v_1{}^2 = \mu\left(\frac{2}{a} - \frac{1}{a}\right) = \frac{\mu}{a}, \qquad \frac{h}{av_1} = \frac{\sqrt{\mu a(1-e^2)}}{av_1} = \frac{\sqrt{a^2 v_1{}^2(1-e^2)}}{av_1} = \sqrt{1-0.6^2} = 0.8$$

3

近心点での離心近点角は 0，近心点距離r_pの 1.25 倍の位置に来たときの離心近点角をE，要する飛行時間をt，平均運動をnとする

$$\frac{5}{4}a(1-e) = a(1-e\cos E), \qquad e\cos E = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4}e = 0$$

$E = \frac{\pi}{2}$ ，$\sin E = 1$となり，ケプラーの方程式 $E - e\sin E = nt$ に代入

$$nt = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{5}$$

4

噴射前の質量をm_iとすると噴射後質量は${}^{m_i}/_{e}$ で増速量ΔVは

$$\Delta V = 4\ln\frac{m_i}{{}^{m_i}/_{e}} = 4\ln e = 4\ [\mathrm{km/s}]$$

5

楕円の長半径をa，離心率をeとして

$$a = \frac{r_p + 3r_p}{2} = 2r_p, \quad e = 1 - \frac{r_p}{a} = 1 - \frac{r_p}{2r_p} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

楕円軌道の近心点速さ　$v_p = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{2r_p}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r_p}\frac{3}{2}}$

近心点距離r_pを半径とする円軌道での速さ $v_c = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{r_p}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r_p}}$

$v_p > v_c$ なので近心点で減速する必要があり，減速量は $\Delta v = v_p - v_c = \sqrt{\frac{\mu}{r_p}}\left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 1\right)$