2026 年４月入学
九州工業大学大学院工学府博士前期課程
一般選抜　第２回（一般型）

工学専攻 分野５
（宇宙システム工学）
数 学

2025 年 11 月 22 日 （土）
13:00～15:00

注意事項

- 開始の合図があるまで，この面を上にして本紙を閉じておくこと
- 開始の合図後，解答用紙が問題数分揃っているかを確認し，不備があれば挙手して監督者に速やかに伝えること
- すべての解答用紙の所定欄に受験番号を記入すること
- 問題ごとに指定の解答用紙に解答すること
- 終了後，解答用紙のみを回収するので，指示に従うこと
- 本紙は持ち帰ってよい

1

$A=\begin{pmatrix}4&2&1\\0&3&-1\\2&0&1\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}7\\3\\1\end{pmatrix}$とするとき，以下に答えよ．

(1) A の行列式を求めよ．

(2) A の逆行列を求めよ．

(3) A の逆行列を用いて連立一次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ の解を求めよ．

2

x の関数 $y=y(x)$ に対して，y'，y'' はそれぞれ y の導関数 $\frac{dy}{dx}$，$\frac{d^2y}{dx^2}$ を表す．

(1) 微分方程式 $y'-2y=0$ の一般解を求めよ．

(2) 微分方程式 $y''+9y=0$ の一般解を求めよ．

(3) 微分方程式 $y''+9y=e^x$ を初期条件 $y(0)=0$，$y'(0)=1$ のもとで解け．

3

（１）$F(s)=\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$が存在するとき、$F(s)$は$f(t)$のラプラス変換$\mathcal{L}[f(t)]$である．

$f(t)=\cos t$のラプラス変換を定義に従って求めよ．ただし s>0 とする．

(2) 以下が成り立つことを示せ．

$$\mathcal{L}[tf(t)]=-\frac{d}{ds}F(s)$$

(3) $f(t)=t\cos t$のラプラス変換を求めよ．

4

(1) つぎの複素数を$re^{i\theta}$の形で表し、複素平面上に図示せよ．

$$\frac{1+\sqrt{3}i}{-\sqrt{3}+i}$$

(2) つぎの値を求めよ．

$$\sin\frac{\pi}{12}$$

解答例

I

$$A=\begin{pmatrix}4&2&1\\0&3&-1\\2&0&1\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}7\\3\\1\end{pmatrix}$$

(1)　８点

$$|A|=12-4+0-6-0-0=2$$

(2)　８点

余因子行列の各余因子は，

$$\tilde{a}_{11}=\begin{vmatrix}3&-1\\0&1\end{vmatrix}=3,\ \tilde{a}_{12}=-\begin{vmatrix}0&-1\\2&1\end{vmatrix}=-2,\ \tilde{a}_{13}=\begin{vmatrix}0&3\\2&0\end{vmatrix}=-6,$$

$$\tilde{a}_{21}=-\begin{vmatrix}2&1\\0&1\end{vmatrix}=-2,\ \tilde{a}_{22}=\begin{vmatrix}4&1\\2&1\end{vmatrix}=2,\ \tilde{a}_{23}=-\begin{vmatrix}4&2\\2&0\end{vmatrix}=4,$$

$$\tilde{a}_{31}=\begin{vmatrix}2&1\\3&-1\end{vmatrix}=-5,\ \tilde{a}_{32}=-\begin{vmatrix}4&1\\0&-1\end{vmatrix}=4,\ \tilde{a}_{33}=\begin{vmatrix}4&2\\0&3\end{vmatrix}=12$$

$$A^{-1}=\frac{\tilde{A}^T}{\det A}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}3&-2&-5\\-2&2&4\\-6&4&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3/2&-1&-5/2\\-1&1&2\\-3&2&6\end{pmatrix}$$

(3)　９点

$$\boldsymbol{x}=A^{-1}\boldsymbol{b}$$

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3/2&-1&-5/2\\-1&1&2\\-3&2&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\-2\\-9\end{pmatrix}$$

解答例

2

(1)　8点

$y = Ce^{2x}$（Cは任意定数）

(2)　8点

$y = C_1 cos3x + C_2 sin3x$（$C_1$，$C_2$は任意定数）

(3)　9点

$y'' + 9y = 0$ の一般解は，$y = C_1 cos3x + C_2 sin3x$（$C_1$，$C_2$は任意定数）

$y = Ae^x$ を特殊解とすると，$y' = Ae^x$，$y'' = Ae^x$ より，

$Ae^x + 9Ae^x = e^x \ \rightarrow \ 10Ae^x = e^x \ \rightarrow \ A = \frac{1}{10}$

一般解は $y = C_1 cos3x + C_2 sin3x + \frac{1}{10}e^x$，

このとき $y' = -3C_1 sin3x + 3C_2 cos3x + \frac{1}{10}e^x$

$y(0) = 0$ より，$C_1 + \frac{1}{10} = 0$ ，$y'(0) = 1$ より，$3C_2 + \frac{1}{10} = 1$

したがって，$C_1 = -\frac{1}{10}$，$C_2 = \frac{3}{10}$

したがって，$y = -\frac{1}{10}cos3x + \frac{3}{10}sin3x + \frac{1}{10}e^x$

解答例

$\boxed{3}$

（1） **8 点**

$$F(s)=\int_0^{\infty}\cos t\,e^{-st}dt=\left[\cos t\left(\frac{e^{-st}}{-s}\right)\right]_0^{\infty}-\int_0^{\infty}-\sin t\left(\frac{e^{-st}}{-s}\right)dt$$

$$=\frac{1}{s}+\left[\sin t\left(\frac{e^{-st}}{s^2}\right)\right]_0^{\infty}-\int_0^{\infty}\cos t\left(\frac{e^{-st}}{s^2}\right)dt=\frac{1}{s}-\frac{1}{s^2}\int_0^{\infty}\cos t\,e^{-st}dt$$

$$\left(1+\frac{1}{s^2}\right)\int_0^{\infty}\cos t\,e^{-st}dt=\frac{1}{s}$$

$$F(s)=\int_0^{\infty}\cos t\,e^{-st}dt=\frac{s}{s^2+1}$$

（2） **8 点**

$$-\frac{d}{ds}F(s)=-\frac{d}{ds}\int_0^{\infty}f(t)e^{-st}dt=\int_0^{\infty}tf(t)e^{-st}dt=\mathcal{L}[tf(t)]$$

（3） **9 点**

$$\mathcal{L}[tf(t)]=-\frac{d}{ds}F(s)$$

$$\mathcal{L}[t\cos t\,]=-\frac{d}{ds}\frac{s}{s^2+1}=-\frac{s^2+1-s(2s)}{(s^2+1)^2}=\frac{s^2-1}{(s^2+1)^2}$$

解答例

4

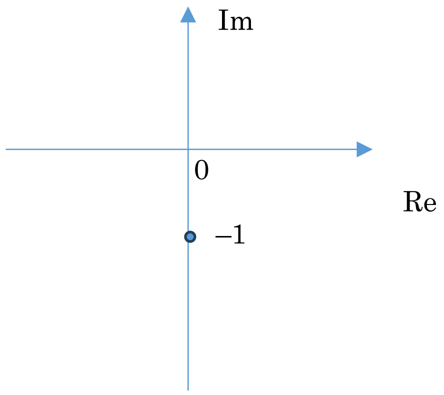
(1) 8点

$$1+\sqrt{3}i = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 2e^{\frac{\pi}{3}i}$$

$$-\sqrt{3}+i = 2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right) = 2e^{\frac{5\pi}{6}i}$$

$$\frac{1+\sqrt{3}i}{-\sqrt{3}+i} = \frac{2e^{\frac{\pi}{3}i}}{2e^{\frac{5\pi}{6}i}} = e^{\left(\frac{\pi}{3}-\frac{5\pi}{6}\right)i} = e^{-\frac{\pi}{2}i}$$

8点



(2) 9点

$$\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\frac{1+\sqrt{3}i}{2}}{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}i}{2}} = \frac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{2}+\sqrt{2}i}$$

$$= \frac{(1+\sqrt{3}i)(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)}{(\sqrt{2}+\sqrt{2}i)(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}+i(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4}$$

よって

$$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$