令和８年度　九州工業大学 大学院工学府 博士前期課程 一般選抜第２回（一般型）
工学専攻 電気エネルギー工学・電子システム工学コース（共通）　試験問題
［科目名］電磁気学

ページ（1/5）	受験番号	氏名

解答は表面に記述すること。ただし、裏面を計算用紙として用いてもよい。

【1】真空中に面積 S でギャップ長 d の平行平板電極系がある。以下の問いに答えよ。

(1) 図１のように、この電極の上電極に Q、下電極に $-Q$ の電荷を与えたとき、電極間の電束密度 $\boldsymbol{D}$ と電界 $\boldsymbol{E}$ を求めよ。その結果を用いて電極間の電位 V_0 を求めよ。

(2) 図２のように、電極間に比誘電率 ε_s $(\varepsilon_s > 2)$ の誘電体 ε を挿入した電極系 I と II を考える。それぞれの誘電体は電極面積 S あるいはギャップ長 d の半分を占めている。各電極系の領域ア，イ，ウ，エでの電束密度 $\boldsymbol{D}$ と電界 $\boldsymbol{E}$ を求めよ。その結果に基づき電極間の電位 V_{I} と V_{II} を求め、V_0 との関係を求めよ。

(3) 誘電体を挿入する前の電荷 Q を与えたときの電極間電位と同じ電圧の電源を、誘電体挿入前の電極に接続した。このあと、(2)と同様に誘電体を挿入した場合の各電極系の電荷として上電極全体の電荷 Q_{I} と Q_{II} をそれぞれ求め、Q との関係を求めよ。その結果に基づき各領域ア，イ，ウ，エでの電極間の電束密度 $\boldsymbol{D}$ と電界 $\boldsymbol{E}$ を求めよ。但し、電荷 Q を用いること。

(4) (1), (2), (3)の結果から、(1)の静電容量を C_0、静電エネルギーを J_0 として各電極系の静電容量および静電エネルギーの関係を求めよ。

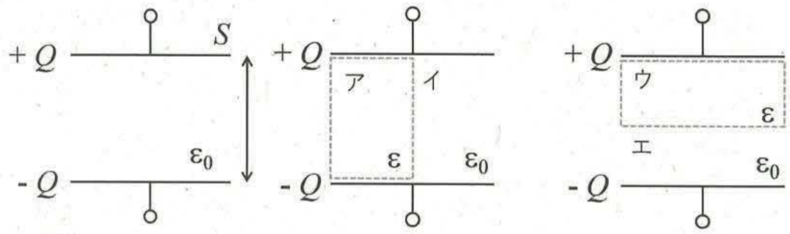


図1　　電極系 I　　電極系 II

図2

(1)

$D = Q/S$

$E = Q/(S\,\varepsilon_0)$

$V_0 = Ed = (d/S\,\varepsilon_0)Q$

(2)

	電極系 I		電極系 II	
	領域ア	領域イ	領域ウ	領域エ
電束密度 D	$\frac{2\varepsilon_s}{(1+\varepsilon_s)S}Q$	$\frac{2}{(1+\varepsilon_s)S}Q$	$\frac{Q}{S}$	$\frac{Q}{S}$
電界 E	$\frac{2}{(1+\varepsilon_s)\varepsilon_0 S}Q$	$\frac{2}{(1+\varepsilon_s)\varepsilon_0 S}Q$	$\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_s S}$	$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$
電位 V	$V_{\mathrm{I}} = \frac{2}{1+\varepsilon_s}\frac{d}{\varepsilon_0 S}Q$		$V_{\mathrm{II}} = \frac{1+\varepsilon_s}{2\varepsilon_s}\frac{d}{\varepsilon_0 S}Q$	
	$V_{\mathrm{I}} = \left(\frac{2}{1+\varepsilon_s}\right)V_0$		$V_{\mathrm{II}} = \left(\frac{1+\varepsilon_s}{2\varepsilon_s}\right)V_0$	

ページ（2/5）	受験番号	氏名

解答は表面に記述すること。ただし、裏面を計算用紙として用いてもよい。

(3)

	電極系 I		電極系 II	
	領域ア	領域イ	領域ウ	領域エ
電束密度 D	$\frac{\varepsilon_s}{S}Q$	$\frac{Q}{S}$	$\frac{2\varepsilon_s}{(1+\varepsilon_s)S}Q$	$\frac{2\varepsilon_s}{(1+\varepsilon_s)S}Q$
電界 E	$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$	$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$	$\frac{2}{(1+\varepsilon_s)\varepsilon_0 S}Q$	$\frac{2\varepsilon_s}{(1+\varepsilon_s)\varepsilon_0 S}Q$
電荷 Q	$Q_I = \left(\frac{1+\varepsilon_s}{2}\right)Q$		$Q_{II} = \left(\frac{2\varepsilon_s}{1+\varepsilon_s}\right)Q$	

(4)

	結果(1)	結果(2)		結果(3)	
		電極系 I	電極系 II	電極系 I	電極系 II
静電容量	C_0	$\left(\frac{1+\varepsilon_s}{2}\right)C_0$	$\left(\frac{2\varepsilon_s}{1+\varepsilon_s}\right)C_0$	$\left(\frac{1+\varepsilon_s}{2}\right)C_0$	$\left(\frac{2\varepsilon_s}{1+\varepsilon_s}\right)C_0$
静電エネルギー	J_0	$\left(\frac{2}{1+\varepsilon_s}\right)J_0$	$\left(\frac{1+\varepsilon_s}{2\varepsilon_s}\right)J_0$	$\left(\frac{1+\varepsilon_s}{2}\right)J_0$	$\left(\frac{2\varepsilon_s}{1+\varepsilon_s}\right)J_0$

ページ（3/5）	受験番号	氏名

解答は表面に記述すること。ただし、裏面を計算用紙として用いてもよい。

【2】図のように電荷 q が真空中を一定速度 v で z 軸方向に動いており、電荷が原点の位置にあるとき以下の問いに答えよ。ただし、電荷の移動速度 v は光速より十分遅く、極座標系および直交座標系の単位ベクトルはそれぞれ e_r, e_θ, e_ϕ と e_x, e_y, e_z とする。向きの質問には単位ベクトルで答えよ。

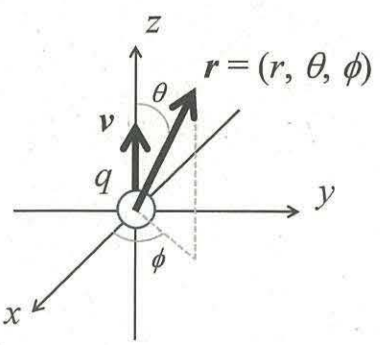
(1) 原点から (r, θ, ϕ) 離れたベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置での電界の大きさと向きを以下の手順で求めよ。(　) の中に適切な用語や数値、式を記入せよ。

電界 $\boldsymbol{E}$ の形成を表す微分形のマクスウェル方程式には（　rot $\boldsymbol{E}$ = $-\partial \boldsymbol{B} / \partial t$　）と（　div $\boldsymbol{E}$ = ρ / ε_0　）があるが、電荷により電界が形成されることを表すのは、(前 / $\boxed{後}$; 一方を選択)式である。この式に基づきベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置に形成される電界 $\boldsymbol{E}$ を求めると、大きさ（　$q / 4\pi\varepsilon_0 r^2$　）で向きは（　e_r　）となる。

(2) 原点から(r, θ, ϕ) 離れたベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置の磁界の大きさと向きを以下の手順で求めよ。(　) の中に適切な用語や数値、式を記入せよ。

電流による磁界 $\boldsymbol{H}$ の形成を表す微分形のマクスウェル方程式は(　rot $\boldsymbol{H}$ = $\boldsymbol{i}$ + $\partial \boldsymbol{D} / \partial t$　) である。ここで、右辺の１項目は（伝導電流密度　）を、２項目は（変位電流密度　）を表す。
一方、ビオ・サバールの法則によると、十分に細く線状に流れている電流 I の微小電流要素 d$\boldsymbol{l}$ からベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置に形成する磁界 $\boldsymbol{H}$ は、ベクトル表記で（　$\boldsymbol{H}$ = $I\,(d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}) / 4\pi r^3$　）と表される。題意の電荷 q が速度 $\boldsymbol{v}$ で移動していることを考えると、上式は q とベクトル $\boldsymbol{v}$ を用いて（　$\boldsymbol{H}$ = $q\,(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{r}) / 4\pi r^3$　)と表現でき、その大きさは(　$q v \sin\theta / 4\pi r^2$　）で、向きは（　e_ϕ　）となる。なお、電荷が y 軸方向に動いている場合のベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置の磁界の大きさは（　$q v \cos\theta / 4\pi r^2$　）となる。

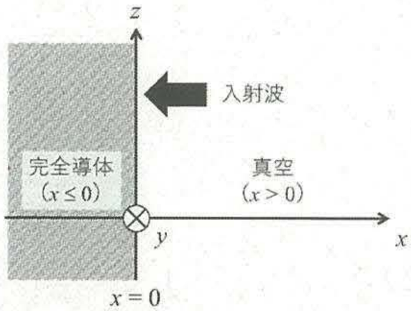
(3) (1)、(2)の結果から、z 軸方向に動いている電荷のベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置のポインティングベクトル $\boldsymbol{S}$ を求めると、大きさ（　$q^2 v \sin\theta / 16\pi^2 \varepsilon_0 r^4$　）で向きは（　$-e_\theta$　）となる。この結果の物理的な意味を e_r 成分を考慮して簡潔に述べると（　エネルギーの流れを表すポインティングベクトル S は $-e_\theta$ の向きであり r 成分はない。即ち、一定速度で移動する電荷からの放射はないことを表している　）である。



ページ（4/5）	受験番号	氏名

解答は表面に記述すること。ただし、裏面を計算用紙として用いてもよい。

【3】図のように、真空中に完全導体が配置された３次元空間を平面電磁波が x 軸に沿って負の方向に進行しているとき、以下の問いに答えよ。
ただし、真空の誘電率はε_0、透磁率はμ_0とする。



(1) 真空中を伝搬する平面電磁波の電界が従う波動方程式を、空間の電荷密度と電流密度を０としたマクスウェル方程式から導出せよ。ただし、導出過程を省略しないこと。

(2) 真空中を伝搬する平面電磁波の電界が

$$\mathbf{E}_i(x,t) = E_0 \cos(\omega t + kx)\ \hat{\mathbf{y}}$$

で与えられるとき、磁界$\mathbf{H}_i(x,t)$を導出せよ。
ただし、ωは角周波数、kは波数、$\hat{\mathbf{y}}$は＋y 方向の単位ベクトルである。

(3) (2)で提示した平面電磁波が$x = 0$ で完全導体に入射するとき、$x = 0$ における電界の接線および法線方向の境界条件を示せ。また、その境界条件を満たす反射波の電界 $\mathbf{E}_r(x,t)$を求めよ。

(4) 入射波と(3)で求めた反射波を用いて、領域 $x > 0$で観測される電界 $\mathbf{E}(x,t)$と磁界 $\mathbf{H}(x,t)$を求めよ。必要であれば次の三角恒等式を使用して良い。

$$\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos(A)\cos(B)$$
$$\cos(A+B) - \cos(A-B) = -2\sin(A)\sin(B)$$

(1)ファラデーの法則から$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
ベクトル恒等式　$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$と　$\nabla \cdot \mathbf{E}\ (\mathrm{div}\ \boldsymbol{E}) = 0$より

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

(2) 平面波は -x 方向に伝搬するので

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_i = (-k\hat{\mathbf{x}}) \times (E_0 \cos(\omega t + kx)\hat{\mathbf{y}}) = -kE_0 \cos(\omega t + kx)\ \hat{\mathbf{z}}$$

$$\omega \mu_0 \mathbf{H}_i = -kE_0 \cos(\omega t + kx)\ \hat{\mathbf{z}}$$

真空の波動インピーダンスより，$\frac{k}{\omega \mu_0} = \frac{1}{\eta_0}$なので，

$$\mathbf{H}_i(x,t) = -\frac{E_0}{\eta_0} \cos(\omega t + kx)\ \hat{\mathbf{z}}$$

ただし$\hat{\mathbf{z}}$は z 方向の単位ベクトル

(3) 平面の法線ベクトルを$\mathbf{n}$とすれば

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{\mathrm{out}} = \mathbf{0}$$
$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_{\mathrm{out}} = \mathbf{0}$$
$$\mathbf{E}_r(x,t) = -E_0 \cos(\omega t - kx)\ \hat{\mathbf{y}}$$

(4)

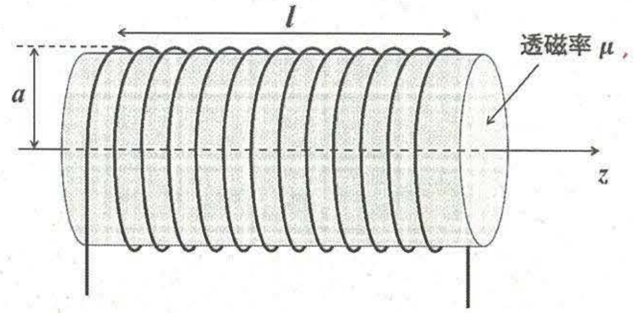
$$\mathbf{H}(x,t) = -\frac{2E_0}{\eta_0} \cos(kx) \cos(\omega t)\ \hat{\mathbf{z}}$$

ただし，$\frac{1}{\eta_0} = \frac{k}{\omega \mu_0}$

ページ（5/5）	受験番号	氏名

解答は表面に記述すること。ただし、裏面を計算用紙として用いてもよい。

【4】図のように、真空中に半径 a [m]、長さ l [m]の巻数 N で密に巻かれた円筒状のソレノイドコイルがある。内部には、透磁率μの均質な磁性体が挿入されている。真空の透磁率はμ_0、$a \ll l$、コイル軸方向を z 軸として以下の問いに答えよ。



(1) アンペアの法則を用いて、コイル内外における磁界$|\mathbf{H}|$の大きさと向き，さらに磁束密度の大きさ$|\mathbf{B}|$を求めよ。
(2) (1) の結果を用いて、コイル 1 回巻きあたりの磁束 Φを求めよ。
(3) ソレノイドコイル全体のインダクタンスLを求めよ。さらに、ソレノイド内部に磁性体を挿入しない場合と比較して、インダクタンスがどのように変化するか説明せよ。
(4) 巻線に$I(t) = I_0 \cos(\omega t)$の電流を流した場合、ソレノイドコイルに誘起される起電力をファラデーの電磁誘導の法則に基づいて求めよ。また、ファラデーの電磁誘導の法則の符号が表す物理的意味について簡潔に答えよ。

(1)　コイル外部：$|\mathbf{H}_{out}| = 0$，$|\mathbf{B}_{out}| = 0$
　　コイル内部：$|\mathbf{H}_{in}| = \frac{NI}{l}$　（向き，z 軸方向）　$|\mathbf{B}_{in}| = \mu \frac{NI}{l}$

(2)

$$\Phi = \left(\mu \frac{NI}{l}\right)\pi a^2$$

(3)

$$L = \mu \frac{N^2 \pi a^2}{l}$$

インダクタンスは透磁率の比 $\frac{\mu}{\mu_0}$として表現でき，磁性体がない場合より$\frac{\mu}{\mu_0}$倍増加

(4)

$$U(t) = \mu \frac{N^2 \pi a^2}{l} I_0 \omega \sin(\omega t)$$

説明(一例)：
- レンツの法則（電磁誘導によって流れる誘導電流の向きは，元の磁場の変化を妨げる方向になる）.
- 電流が増加する（$dI/dt > 0$）とき，それを妨げる向きの起電力が生じる（電流が減少する（$dI/dt < 0$）とき減少を妨げる向きの起電力が生じる）.
- コイルに紐づけられる磁束を変化させまいとする向きに起電力が生じる.