２．流体力学	1/3

１．図１に示す２次元平板間内の十分に発達した定常・非圧縮の層流について、x 方向速度の y 方向分布を $u(y)$、圧力勾配を dp/dx （=一定）、粘性係数を μ とすれば、この運動方程式は以下のように表すことができる。

$$\frac{d}{dy}\left(\mu\frac{du}{dy}\right)=\frac{dp}{dx}$$

また、平板間距離 h 、上壁速度 U_1、下壁速度 U_0 とする。

（１）$U_1=U_0=0$ であるとき、x 方向速度の y 方向分布 $u_1(y)$ を求めよ。

y ＝0 で u=0,　y ＝h で u=0 より

$$u_1(y)=\frac{h^2}{2\mu}\frac{dp}{dx}\left[\left(\frac{y}{h}\right)^2-\left(\frac{y}{h}\right)\right]$$

（２）圧力勾配 $dp/dx=0$ のとき、x 方向速度の y 方向分布 $u_2(y)$ を求めよ。

$dp/dx=0$，　y ＝0 で u=U₀,　y ＝h で u=U₁ より

$$u_2(y)=\frac{U_1-U_0}{h}y+U_0$$

（３）（１）と（２）の境界条件の重ね合わせから、$U_1=U_0\neq 0$、$dp/dx\neq 0$ のときの $u(y)$ を求めよ。

$$u=\frac{h^2}{2\mu}\frac{dp}{dx}\left[\left(\frac{y}{h}\right)^2-\left(\frac{y}{h}\right)\right]+\frac{U_1-U_0}{h}y+U_0$$

（４）この平板間内での単位長さ（紙面垂直方向）あたりの流量 Q を求めよ。

$$Q=\int_0^h\left(\frac{h^2}{2\mu}\frac{dp}{dx}\left[\left(\frac{y}{h}\right)^2-\left(\frac{y}{h}\right)\right]+\frac{U_2-U_1}{h}y+U_1\right)dy$$

$$Q=-\frac{1}{12\mu}\frac{dp}{dx}h^3+\frac{U_2+U_1}{2}h$$

２．流体力学	2/3

２．図２に示すように、水で満たされたタンクの一部に面積 A の小穴が開けてあり、この穴の位置から高さ h だけ上に水面がある。これについて以下の問いに答えよ。ただし、水の密度 ρ、大気圧 p_a、重力加速度 g であるとする。また、水の粘性は無視する。

（1）水面の高さが z のときの小穴から流れる水の速度 V をベルヌーイの式を用いて求めよ。ただし、穴の面積 A はタンク上部の水面の面積 S に比べて十分小さく，流れは定常とする。また、タンクの下は地面に固定されており動かないものとする。

水面上と小穴での同一流線上でのベルヌーイの定理から、水面と小穴では大気圧であるから

$$V=\sqrt{2gz}$$

（2）（1）のとき、小穴から流れる流量 Q を V などを使って表せ。

$$Q=AV$$

（3）水面の小穴からの高さが z のとき、流量 Q で微小時間 dt に面積 S の液面が dz 下がるということを利用して、dt と dz の関係を表す式を示せ。

液面は dt 時間の間に dz 下がるから

$$Qdt=VAdt=-Sdz$$

$$dt=-\frac{Sdz}{VA}=-\frac{Sdz}{A\sqrt{2gz}}$$

（4）水面の高さが $z=h$ から小穴と同じ高さ（$z=0$）になるまでに要する時間を求めよ。

$$T=-\int_h^0\frac{Sdz}{A\sqrt{2gz}}=\frac{2S\sqrt{h}}{A\sqrt{2g}}$$

３．下記文章の［　　］内に入る適切な用語，記号，数字等を記入せよ。

物体まわりの流れは物体の形状によって異なり、流れが物体に沿うような形状のことを[　A　]形状、流れが途中で物体から離れる（[　B　]する）ような形状を鈍頭物体形状とよぶ。

流れの中に置かれた物体は、流れから力を受ける。この力の流れ方向成分を抗力、流れに垂直方向の成分を[　C　]とよぶ。

［　A　]形状に働く主たる抗力は、物体の表面と流体の間（境界層）で働く［　D　］抗力であり、鈍頭物体形状に働く主たる抗力は、流れが[　B　］し、物体の流れ前後での圧力低下による[　E　]抗力とがある。

鈍頭物体形状まわりの流れの代表的な例として、円柱まわりの流れを考えたとき、物体（円柱）の抗力係数C_Dから、円柱に働く抗力Dは以下のように求められる。

$$D = \frac{1}{2}\rho U^2 C_D \times [\quad F \quad]$$

ただし、流体の密度と主流速度をそれぞれρ、U、円柱の直径をd、円柱の高さをhとする。

A　流線（形状）　　B　はく離

C　揚力　　D　摩擦

E　圧力　　F　dh