

微分積分 入試問題 - 出題意図 (数式モード対応版)

■ 大問 1 : 極限と発散の速さの比較

【全体意図】 関数の収束・発散の「程度」や「相対的な速さ」への理解を問うています。単なる計算技能にとどまらず、応用数学や物理での誤差評価に直結する解析的視点を確認することが目的です。

1-1, 1-2: 異なる関数 ($n/\log n$ と \sqrt{n}) の漸近的な振る舞いを比較させ、どちらが支配的かを理解しているか測ります。

1-3: 多項式関数と指数関数の増加速度の違いを認識できているかを評価します。

■ 大問 2 : 応用的な不定積分の理解と活用

【全体意図】 置換積分や部分積分の「自然な活用」と、「積分が表す量の意味」への理解を評価します。

2-1, 2-2: 公式の機械的な適用ではなく、「なぜその変数変換が必要か」「どの形に帰着させるか」という思考プロセスを問います。

2-3: 積分によって得られる量が面積という幾何的な意味を持ち、それが特定の関数 (\arctan) に対応することへの着目、および無限遠での面積が有限 (収束) に留まる性質の理解を図ります。

■ 大問 3 : 微分と物理現象の関係

【全体意図】 微分が「変化率」や「加速度」といった現実の現象と密接に関わることを体験させ、現象理解を伴った応用力を問います。

3-1: 物体の運動（位置・速度・加速度）を通じて、微分による「現象の読み解き」ができるかを評価します。

3-2: 生物や医療で用いられる指数関数モデル（成長関数）を扱い、成長の飽和といった「現象と数理モデルの関係付け」ができるかを見ます。

■ 大問 4：微分方程式と現象の理解

【全体意図】 微分方程式の解法（変数分離法など）の習得だけでなく、その解が示す関数の挙動（急激な増加や減衰）を把握しているかを評価します。

4-1: 解の導出に加え、得られた関数がどのようなグラフを描き、変化するかという「解の視覚的・直感的把握」を問います。

4-2: 体内での薬品濃度の減少をモデル化し、数学が社会現象を説明する言語であることを認識させます。

4-3: 「半減期」が初期濃度に依存せず、減衰速度 k のみで決まるという本質的な概念への理解を促します。